

Innehåll

Inledning.....	3
Bedömningsanvisningar	3
Allmänna bedömningsanvisningar	3
Positiv bedömning.....	3
Uppgifter där endast svar krävs.....	3
Uppgifter där fullständig redovisning fordras	3
Bedömningsanvisningar Del I.....	4
Aspektbedömning med stöd av matris	4
Bedömningsanvisningar uppgift 15	6
Provsammanställning.....	16

Bilagor

1. Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000.....	17
2. Kopieringsunderlag för aspektbedömning.....	18

Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Stockholms universitet att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Vårens A-kursprov består av två delprov Del I och Del II. Del I har en provtid på 90 minuter och Del II har en provtid på 120 minuter.

Kravgränser för Godkänt, Väl godkänt och Mycket väl godkänt ges för *kursprovet som helhet*.

Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För kortsvarsuppgifterna gäller att korrekt svar bedöms med antingen 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

Till de uppgifter som eleverna ska lämna fullständiga lösningar ska arbetena bedömas med g- och vg-poäng. T.ex. innebär beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 15 (Del I) ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med . På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t.ex. innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Allmänna bedömningsanvisningar

Positiv bedömning

Elevernas lösningar ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

Uppgifter där endast svar krävs

Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar krävs ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

Uppgifter där fullständig redovisning fordras

Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t.ex. räknepel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

Bedömningsanvisningar Del I

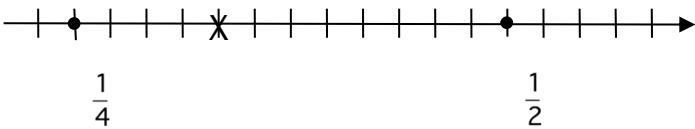
Till kortvarsuppgifterna finns godtagbara svar och poäng som detta svar är värt. I uppgift 7 och 13 ska elevens redovisning också bedömas. På den -märkta uppgiften, uppgift 15 i detta delprov, kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

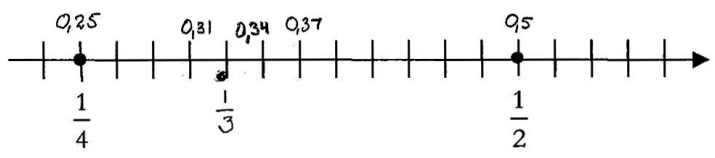
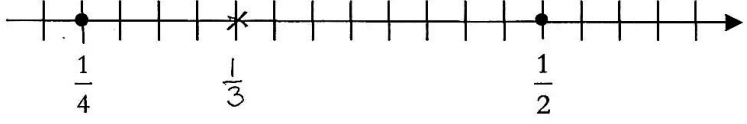
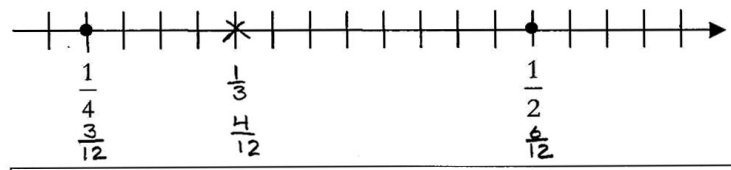
- formulerar och utvecklar problemet och/eller använder generella metoder/modeller vid problemlösning.
- genomför matematiska bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.
- redovisar välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk.

Aspektbedömning med stöd av matris

Uppgift 15 ska aspektbedömas med stöd av en matris. Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som används på många skolor är att de lärare som har elever som deltagit i A-kursprovet träffas och diskuterar de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

Uppgift	Godtagbara svar	Poäng
1.	4,06	+ 1 g
2.	20,32	+ 1 g
3.	-2	+ 1 g
4.	100°	+ 1 g
5.	10 - x	+ 1 g
6.	24 cm ²	+ 1 g
7.	Svar i intervallet 1 600–1 800 miljoner (1 700 miljoner) Redovisad lösning t.ex. mätning i figur med godtagbart svar.	+ 1 g + 1 g
8.	205 pulsslag/min	+ 1 vg
9.	80 st.	+ 1 vg
10.	8x ³	+ 1 vg
11.	30 000 kr	+ 1 vg
12.	x = 0,5	+ 1 vg
13.	 Redovisad lösning som ger exakta eller ungefärliga värden på delskalan. Exakt beräkning med korrekt placerad markering. <i>Bedömda elevarbeten se sid. 5.</i>	+ 1 vg + 1 vg
14.	1 + x = x - 1	+ 1 vg

Bedömda elevarbeten till uppgift 13

 $\frac{1}{3} = 0,33 \quad \frac{0,25 + 0,5}{2} = 0,37 = \text{mitten}$ $\frac{0,25 + 0,37}{2} = 0,31 \quad \frac{0,31 + 0,37}{2} = 0,34$ Sen bedömde jag vart 0,33 hamnade.	(0/1)
 $\frac{1}{4} \Rightarrow 12 \text{ steg}$ $1 \Rightarrow 12 \times 4 = 48 \text{ steg}$ $\frac{48}{3} = 16$	(0/2)
 $\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12} \quad \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12} \quad \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$ Fyra markeringar på tallinjen är $\frac{1}{12}$	(0/2)

Bedömningsanvisningar uppgift 15

Uppgiftsspecifik bedömningsmatris till uppgiften (max 5/3) ■

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		
	Lägre		Högre
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i> <i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven beräknar de båda medelvärdena i den markerade rektangeln. (1/0)	Eleven undersöker medelvärden då rektangeln har en annan placering. (2/0)	Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck för några datum utifrån almanacksbladets uppbyggnad. (2/1)
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven drar slutsatsen att de båda medelvärdena är lika, och/eller upptäcker att medelvärdet är ”mittalet” i rektangeln. (1/0)	Eleven ger någon beskrivning av hur rektangelns placering påverkar medelvärdet och/eller för ett resonemang kring varför medelvärdena blir lika utifrån ett exempel. (2/0)	Eleven visar med algebraiska uttryck eller för ett logiskt resonemang kring likheten mellan de två medelvärdena oberoende av rektangelns placering (2/1)
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>	Redovisningen är möjlig att följa och omfattar minst tre av deluppgifterna. Det matematiska språket är acceptabelt. (1/0)		Redovisningen är lätt att följa och omfattar minst fyra deluppgifter. Det matematiska språket är lämpligt. (1/1)

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	använda generell metod.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	föra ett logiskt resonemang och/eller bevisa att medelvärdena är lika oberoende av rektangelns placering.
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	redovisa med korrekt matematiskt språk.

Bedömda elevarbeten till uppgift 15

Elevarbete A

$$9 + 11 + 23 + 25 = 68$$

$$\frac{68}{4} = 17 \quad \text{Medelvärde är 17}$$

$$10 + 16 + 24 + 18 = 68$$

$$\text{Medelvärde är 17}$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	—	×	—	—	1/0	
Matematiska resonemang	×	—	—	—	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	×	—	—	—	0/0	
Summa					1/0	

Elevarbete B

H = hörn Sid = sidorna

$$H \quad 9 + 11 + 23 + 25 = 68$$

$$Sid \quad 10 + 16 + 18 + 24 = 68$$

$$H \quad \frac{68}{4} = 17$$

$$Sid \quad \frac{68}{4} = 17$$

lika

$$H \quad 12 + 14 + 26 + 28 = 80$$

$$Sid \quad 13 + 19 + 21 + 27 = 80$$

$$\frac{80}{4} = 20$$

$$\frac{80}{4} = 20$$

lika

$$H \quad 8 + 10 + 22 + 24 = 64$$

$$Sid \quad 9 + 15 + 17 + 23 = 64$$

$$\frac{64}{4} = 16$$

$$\frac{64}{4} = 16$$

lika

$$H \quad 5 + 7 + 19 + 21 = 52$$

$$Sid \quad 6 + 12 + 14 + 20$$

$$\frac{52}{4} = 13$$

$$\frac{52}{4} = 13$$

lika

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	— — — — — X — — — — —	2/0	
Matematiska resonemang	— — — — — X — — — — —	1/0	Eleven drar slutsatsen att medelvärdena är lika men för inget resonemang kring detta.
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X — — — — —	1/0	
Summa		4/0	

- 9, 11, 23, 25 = $\frac{68}{4} = 17$ Medelvärde är 17
- 10, 16, 18, 24 = $\frac{68}{4} = 17$ Svar: - " -
- Medelvärdet blir likadant
- 12, 14, 26, 28 = $\frac{80}{4} = 20$
- 13, 19, 21, 27 = $\frac{80}{4} = 20$
- Det blir likadana medelvärden inom rektangeln men flyttar man den så blir det olika fast likadana inom rektangeln.

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		2/0	
Matematiska resonemang		2/0	Eleven ger en enkel beskrivning av hur medelvärdet påverkas av förflyttningar.
Redovisning och matematiskt språk		1/0	
	Summa	5/0	

Elevarbete D

$$\rightarrow \frac{9 + 11 + 23 + 25}{4} = 17$$

Svar: Medelvärde är 17

$$\rightarrow \frac{10 + 16 + 18 + 24}{4} = 17$$

Svar: Medelvärdet av dessa talen är också 17

$$\rightarrow$$

12	13	14
19	20	21
26	27	28

Medelvärde är

$$\text{Hörntalen} = \frac{12 + 14 + 26 + 28}{4} = 20$$

$$\text{Sidotalen} = \frac{13 + 19 + 21 + 27}{4} = 20$$

Svar Medelvärde är lika stort (20) i detta fallet också

När man roterar dvs går från (9, 11, 23, 25) till (10, 16, 18, 24) så är medelvärde av båda lika.

Man kan säga att från 9 till 10 ökar det lika mycket som det minskar från 25 till 24.

Det har alltså inte skett någon förändring i summan. Lika stort är det mellan 11 och

18. Där ökar det med 7. Men mellan 23 och 16 minskar det med 7. Alltså är

summan samma som förut här också.

Därför blir också medelvärde detsamma.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	— — — — — X — — — — —	2/0	
Matematiska resonemang	— — — — — X — — — — —	2/0	Eleven för ett resonemang kring det lika värdet av medelvärdena.
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X — — — — —	1/0	
	Summa	5/0	

$$\bar{x} = \frac{9 + 11 + 23 + 25}{4} = \underline{\underline{17}}$$

$$\bar{x} = \frac{10 + 16 + 24 + 18}{4} = \underline{\underline{17}}$$

← Samma medelvärde

$$\bar{x} = \frac{5 + 7 + 19 + 21}{4} = 13$$

$$\bar{x} = \frac{12 + 6 + 20 + 14}{4} = 13$$

← Samma medelvärde

Jag har flyttat runt rektangeln på almanacksbladet och räknat ut medelvärdet av talen i hörnen och medelvärdet av talen på sidorna. Inom en rektangel, blir det alltid samma medelvärde av talen i hörnen och talen på sidorna. Detta kan nog bero på att talen följer ett visst mönster i rektangeln. Det är t.ex. alltid 14 mellan rektangelns övre högra tal och dess lägre högra tal, längst ner i hörnet.

$$x + (x+2) + (x+2+14) + (x+2+12)$$

Svaret blir alltid det som står i mitten.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande	— — — — — × — — — — —	2/1	Eleven tecknar ett algebraiskt uttryck men visar ingen likhet.
Matematiska resonemang	— — — — — × — — — — —	2/0	
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — × — — — — —	1/1	
	Summa	5/2	

1. $9 + 11 + 23 + 25 = 68$ $\frac{68}{4} = 17$ 17 är medelvärde
2. $10 + 16 + 18 + 24 = 68$ $\frac{68}{4} = 17$ 17 är medelvärde
3. Resultaten för båda medelvärdena är lika. Detta beror på att vi tagit samma summa och delat den summan på samma tal ($\frac{68}{4}$).
4. Ex.:
 $2 + 4 + 16 + 18 = 40$ $\frac{40}{4} = 10$ 10 är medelvärdet.
 $3 + 9 + 11 + 17 = 40$ $\frac{40}{4} = 10$ 10 är medelvärdet.

Eftersom att alla talen ökar eller minskar i "harmonisk" (att de ökar och minskar med samma värde i jämförelse med varandra) så spelar det ingen roll var rektangeln är. Flyttar man t.ex. rektangeln ett steg åt höger så adderas alla talen i rektangeln med värdet 1.

När du sedan räknar ut medelvärdet för talen i hörnen så använder du två höga tal och två låga tal.

När du räknar ut medelvärdet för talen som ligger på sidorna så får du ett högt tal och ett lågt tal men också två medeltal.

Man kan säga att det finns en sorts balans i talen i rektangeln.

Talet i rektangelns mitt följer också detta samband och är därför neutral. Det är alltid värdet 8 mindre än det största talet men också värdet 8 större än det minsta talet. Det är alltid värdet 7 mindre än det höga talet i rektangelns medelvärde

för sidor men också värdet 7 större än det låga talet i rektangelns medelvärde för sidor.

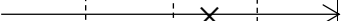
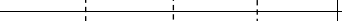
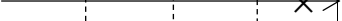
Talen kring medeltalet (det neutrala talet) i rektangeln är som paralleller till varandra.

Så att medeltalet är 0 och att alla tal runt omkring är $\pm$

-8	-7	-6
-1	0	+1
+6	+7	+8

På samma sätt slår talen ut varandra i almanackan.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		2/0	Eleven tecknar inget algebraiskt uttryck men för ett generellt resonemang.
Matematiska resonemang		2/1	
Redovisning och matematiskt språk		1/1	
	Summa	5/2 	

Elevarbete F visar följande MVG-kvaliteter:

<i>MVG-kvalitet</i>	<i>visar eleven i denna uppgift genom att</i>
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	föra ett generellt resonemang kring de lika medelvärdena.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	föra ett logiskt resonemang kring de lika medelvärdena oberoende av rektangelns placering.
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	

Medelvärde av hörntalen = 17

Addera alla tal: $9 + 11 + 23 + 25 = 68$

Dela summan
med antalet tal $\frac{68}{4} = 17$

Medelvärde av "sidotalen" = 17

Räknar på samma sätt $10 + 16 + 18 + 24 = 68$ $\frac{68}{4} = 17$

Medelvärde blir likadant. Medelvärde får samma värde som talet i mitten av rektangeln.

Flyttade rektangel

Medelvärde "hörnerna" 5, 7, 19 och 21 = 13

Räknar på samma sätt som ovan.

Medelvärde "sidorna" 6, 12, 14 och 20 = 13

Medelvärdena blir samma som det mittersta talet i rektangeln.

Formel $x =$ mittersta talet i rektangeln

"Hörntalens" medelvärde: $\frac{(x-8) + (x-6) + (x+6) + (x+8)}{4} = x$

$\frac{\text{talens summa}}{\text{antalet tal}} = \text{mittalet av rektangeln}$

På samma sätt $\frac{(x-7) + (x-1) + (x+1) + (x+7)}{4} = x$
med "sidotalen"

$x-8$	$x-7$	$x-6$
$x-1$	x	$x+1$
$x+6$	$x+7$	$x+8$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motivering
Metodval och genomförande		2/1	
Matematiska resonemang		2/1	
Redovisning och matematiskt språk		1/1	
	Summa	5/3	

Elevarbete G visar följande MVG-kvaliteter:

<i>MVG-kvalitet</i>	<i>visar eleven i denna uppgift genom att</i>
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning.	använda generell metod.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet.	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang.	bevisa att medelvärdena är lika oberoende av rektangelns placering.
Värderar och jämför metoder/modeller.	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk.	redovisa strukturerat med korrekt algebraiskt språk.

Provsammanställning

Kategorisering av uppgifterna 1–14 i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier												
Upp- gift nr	g- poäng	vg- poäng	Allmän		Aritmetik		Geometri		Statistik		Algebra och funktionslära		Teknik		Historia		Godkänt				Väl godkänt				
			A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5				
1	1	0		x												x									
2	1	0		x												x									
3	1	0		x												x									
4	1	0			x	x										x									
5	1	0							x							x									
6	1	0			x	x										x		x							
7	2	0	x					x								x		x							
8	0	1	x								x								x						
9	0	1	x		x														x		x				
10	0	1			x	x			x										x		x	x			
11	0	1	x	x															x		x				
12	0	1																	x						
13	0	2	x	x				x											x		x				
14	0	1	x						x										x						
	8	8	1/2	2/2	2/1	2/0	1/3									8			8						

Kategorisering av uppgift 15 i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier															
Upp- gift nr	g- poäng	vg- poäng	□	Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära				Teknik	Historia	Godkänt				Väl godkänt					Mycket väl godkänt				
A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5					
15	5	3	□	x				X	x					x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x		
				2/1				3/0	0/2					5				3										

Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

- S1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
- S2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
- S3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
- S4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
- S5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
- S6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
- S7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
- S8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
- S9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
- S10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Namn:						
Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						
Matematiska resonemang						
Redovisning och matematiskt språk						
Summa						

Namn:						
Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						
Matematiska resonemang						
Redovisning och matematiskt språk						
Summa						

Namn:						
Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande				→		
Matematiska resonemang				→		
Redovisning och matematiskt språk				→		
Summa						